



Ce guide complète les ressources institutionnelles déjà à disposition : le programme de mathématiques, les attendus de fin de CM1 et CM2, les repères annuels de progression du cycle 3 et les documents ressources pour le cycle 3.

L'objectif est de fournir des éléments pour développer un enseignement permettant d'améliorer les compétences des élèves de cours moyen en résolution de problèmes.

Pour cela, ce guide :

- rappelle des éléments issus de la recherche permettant de **nourrir la réflexion pour construire un enseignement de la résolution de problèmes** plus efficace ;
- donne de nombreux **exemples de problèmes** (plus de 200) que les élèves de cours moyen doivent apprendre à résoudre, ainsi que des **stratégies** et **procédures** qu'ils doivent acquérir pour y parvenir ;
- propose des exemples concrets de **mise en œuvre de séquences et de séances d'enseignement** permettant de renforcer les compétences des élèves.

F. MAURICE – C.P.D. Mathématiques  
D.S.D.E.N. de la Meuse

# La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen

## SOMMAIRE

### Introduction

Chapitre I : Quels problèmes apprendre à résoudre au cours moyen ?

Chapitre II : Qu'est-ce que résoudre un problème ?

Chapitre III : Identifier les obstacles à la résolution de problèmes pour les élèves.

Chapitre IV : Comment délivrer un enseignement structuré de la résolution de problèmes ?

Chapitre V : De l'école au collège : la résolution de problèmes dans le cadre de la liaison CM2-6<sup>ème</sup>.

Bibliographie et outils de référence

# INTRODUCTION

## Pourquoi enseigner la résolution de problèmes ?

Les éducateurs, les gouvernements, les employeurs et les chercheurs mettent systématiquement en avant la résolution de problèmes lorsqu'ils évoquent les compétences du **xxi<sup>e</sup> siècle**<sup>1</sup>. En effet, dans le contexte sociétal actuel, les citoyens ont de plus en plus besoin de compétences d'analyse et de raisonnement pour la résolution de situations et de tâches complexes.

La résolution de problèmes mathématiques à l'école primaire et au collège a pour objectif de contribuer au développement de ces compétences. Elle permet également aux élèves de consolider leurs connaissances mathématiques, de développer des compétences mathématiques (chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer<sup>2</sup>), d'être actifs et de renforcer leur confiance en eux. Savoir résoudre des problèmes est une finalité de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, mais aussi le vecteur principal d'acquisition des connaissances et des compétences visées.

### La place de la résolution de problèmes

- **Place centrale dans l'enseignement des mathématiques** : « la résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens ».
- La résolution des **problèmes verbaux** (sous forme de texte/illustration) à **données numériques**.

### Les compétences clés à développer

- ▶ les **connaissances mathématiques** des élèves (nombres en jeu, sens des opérations, calcul...).
- ▶ la **mémoire des problèmes** similaires préalablement résolus.
- ▶ des compétences aptitudes diverses : confiance, engagement, capacité à lire et comprendre, capacité à collaborer avec d'autres, aptitude à organiser et structurer le travail...
- ▶ des **compétences transversales** : attention, engagement actif, retour sur les erreurs et consolidation.



# CHAPITRE I

## Quels problèmes apprendre à résoudre au cours moyen ?

**Problèmes en une étape**  
se traitent en effectuant une  
unique opération

**Problèmes en plusieurs étapes**  
se traitent comme une succession  
de problèmes en une étape

**Problèmes de proportionnalité**  
considérés comme des problèmes  
multiplicatifs en une étape

**Problèmes atypiques**  
pour développer des stratégies, des  
compétences transversales

### Problèmes en une étape

#### ▪ **Problèmes additifs** (additionner ou soustraire deux nombres ou plus, effectuer une addition à trou)

→ **problèmes de parties-tout** : deux parties distinctes (parfois plus) forment ensemble un tout

*Un massif de fleurs est formé de 60 tulipes rouges et de 15 tulipes noires. Combien y a-t-il de tulipes dans ce massif ?*

*Un massif de 60 fleurs est composé de tulipes et de 15 jonquilles. Combien y a-t-il de tulipes dans ce massif ?*

*Une bouteille contient 0,5 L d'eau. On ajoute un quart de litre d'eau dans la bouteille. Quel volume d'eau la bouteille contient-elle maintenant ?*

→ **problèmes de comparaison** : deux entités sont mises en relation, sont comparées.

*Une bouteille contient 0,75 L d'eau. Un verre contient un demi-litre d'eau de moins que la bouteille. Quel volume d'eau le verre contient-il ?*

#### ▪ **Problèmes multiplicatifs** (multiplier ou diviser deux nombres)

→ **une même grandeur apparaît un certain nombre de fois** : trois données : le nombre de parts, la valeur d'une part, la valeur totale

*Un massif est formé de 60 rangées, toutes de 15 tulipes. Combien y a-t-il de tulipes dans ce massif ?*

*60 tulipes sont disposées en 15 massifs tous identiques. Combien y a-t-il de tulipes dans un massif ?*

→ **mettant en jeu une comparaison multiplicative** : « fois plus », « fois moins »

*Un terrain rectangulaire a une longueur de 78,7 m et une largeur 4 fois plus courte que la longueur. Quelle est la largeur de ce terrain ?*

→ **mettant en jeu un produit cartésien** :

*Une poupée est livrée avec 4 pantalons et 12 tee-shirts. De combien de façons est-il possible d'habiller la poupée ?*

→ **mettant en jeu un produit de deux grandeurs** :

*L'aire d'un rectangle est 259 cm<sup>2</sup>. Sa largeur est 14 cm. Quelle est la longueur de ce rectangle ?*

*Focus*

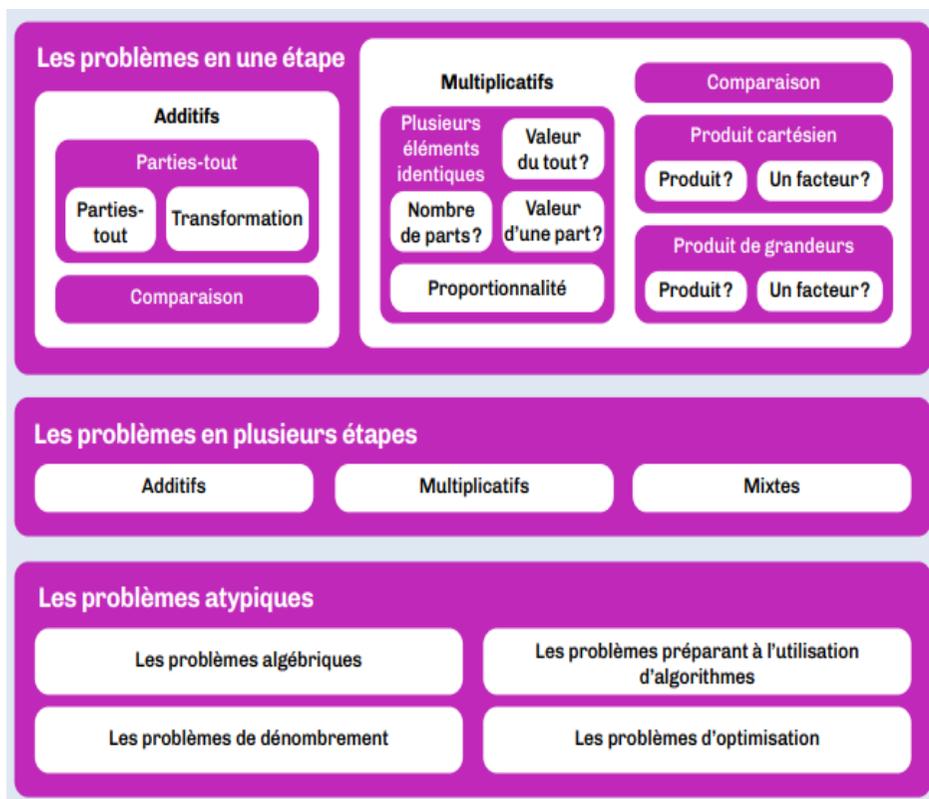
Trois exemples de problèmes multiplicatifs  
(pages 25-26)



Sommaire

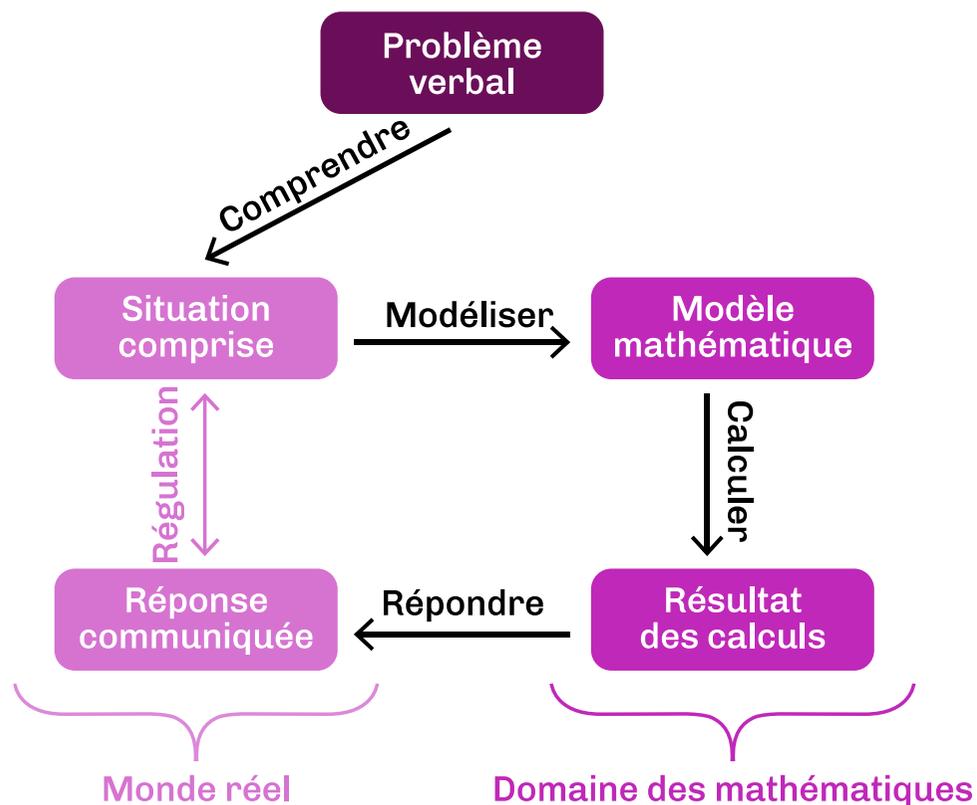
# Problèmes en plusieurs étapes

- sont l'**objectif majeur** de l'enseignement de la résolution de problèmes au cours moyen,
- sont les problèmes verbaux à données numériques nécessitant **plusieurs calculs successifs**,
- nécessitent de bien comprendre les relations entre les données et ce qui est recherché, afin de construire un modèle mathématique de la situation,
- renforcent la centration des élèves sur la **compréhension de l'énoncé** et la **modélisation du problème**,
- limitent les résolutions s'appuyant principalement sur des indices non pertinents.



- **Pour résoudre des problèmes, les enfants comme les adultes s'appuient en priorité sur leur mémoire de problèmes résolus.** L'enseignement de la résolution de problèmes a donc pour objectif d'engager les élèves dans la résolution d'une grande diversité de problèmes et de leur donner les moyens de repérer, parmi les problèmes résolus antérieurement, ceux susceptibles de les aider dans la résolution de nouveaux problèmes.
- **Classer les problèmes n'est pas un objectif d'enseignement** et n'est pas une tâche dévolue aux élèves. Une classification des problèmes permet au professeur de structurer son enseignement, afin de s'assurer que les problèmes traités couvrent l'ensemble du spectre des problèmes devant pouvoir être résolus par des élèves de cours moyen.
- **Au cours moyen, le traitement de certains problèmes est quasi automatisé.** Pour d'autres problèmes, en particulier une bonne partie des problèmes en plusieurs étapes et les problèmes atypiques, le traitement peut faire appel à une combinaison de stratégies utilisées dans divers problèmes avec une adaptation à la situation précise du problème.

*Focus*  
**Exemples de problèmes atypiques**  
(pages 32 à 38)



La résolution d'un problème peut être vue comme un processus en quatre phases, qui ne se succèdent pas de manière stricte, mais qui sont en interaction permanente.

- Comprendre** : l'élève doit comprendre le texte du problème, c'est-à-dire comprendre l'histoire que raconte le problème. À cela s'ajoute une compréhension spécifique aux problèmes mathématiques : comprendre la question, identifier précisément ce qui est cherché.
- Modéliser** : l'élève doit traduire la situation comprise, l'histoire qui se situe dans le monde réel, dans un format pertinent sur le plan mathématique, par exemple un tout composé de parties, permettant de déduire des opérations mathématiques à effectuer pour répondre à la question posée.
- Calculer** : l'élève doit effectuer les calculs identifiés à l'étape précédente. Ces calculs peuvent être effectués mentalement, en ligne ou en posant les opérations.
- Répondre** : l'élève doit interpréter les résultats des opérations mathématiques dans le contexte du problème, en effectuant une régulation par rapport à la situation initialement comprise. Cette étape nécessite de mobiliser des compétences en communication pour produire une réponse intelligible par tous.

*Focus*  
Un exemple de résolution de problème en quatre phases (pages 53 -55)

*Focus*  
Analyser les erreurs des élèves pour adapter l'aide à leur apporter (pages 56 -63)

# CHAPITRE III

## Identifier les obstacles à la résolution de problèmes pour les élèves.

- Trois sources principales de difficultés sont à retenir :
  - **la structure du problème.** Les problèmes en une étape sont d'une difficulté très hétérogène (voir chapitre 1). Les problèmes en plusieurs étapes, qui sont l'objectif principal de l'enseignement de la résolution de problèmes au cours moyen, sont en général plus difficiles que ceux en une étape. Les problèmes atypiques sont les moins connus des élèves et généralement les plus difficiles à résoudre ;
  - **le texte de l'énoncé du problème.** Un énoncé de quelques lignes, éventuellement accompagné d'une illustration, peut poser de multiples difficultés de compréhension liées au contexte de l'énoncé, au lexique utilisé, aux représentations que se font les élèves en lisant l'énoncé, etc. ;
  - **les nombres en jeu.** Au cours moyen, les élèves rencontrent de nouveaux nombres (grands nombres, fractions, nombres décimaux) avec lesquels ils apprennent à calculer. Leur présence et des écritures de natures différentes dans les problèmes peuvent être sources de difficultés pour de nombreux élèves.

### La compréhension de l'énoncé du problème

- degré de familiarité de l'élève avec l'**environnement du problème** : le contexte, le lexique lié à ce contexte... ;
- longueur et la forme de l'énoncé ;
- présence d'illustrations qui généralement ne facilitent pas la tâche des élèves ;
- **lexique spécifique aux mathématiques** et notamment les expressions relationnelles (de plus, au moins, fois plus, triple, quart, autant...) ;
- présence de **mots inducteurs** dans l'énoncé, concordants ou non avec la modélisation : influence des termes de l'énoncé sur la stratégie de résolution (présence de mots comme « plus », « perdre », « fois », « partager » qui incitent fortement à effectuer une opération en particulier) ;
- scénario facilitant ou non la perception des relations mathématiques en jeu : relations entre les entités présentes dans l'énoncé, relations décrites au sein de l'énoncé ou à construire par l'élève, etc. ;
- inscription ou non dans le **champ de validité de la conception intuitive des opérations** : par exemple des problèmes de gains pour lesquels il faut effectuer une soustraction ne sont pas inscrits dans ce champ de validité ;
- présence d'éléments superflus, de données inutiles.



# CHAPITRE IV

## Comment délivrer un enseignement structuré de la résolution de problèmes ?

- ⇒ faire acquérir des **stratégies efficaces**, adaptées à des formes de problèmes bien identifiées, et des **quasi-automatismes** permettant de mobiliser aisément et à bon escient ces stratégies en s'appuyant sur la **mémoire des problèmes résolus** précédemment ;
- ⇒ apprendre à **ne pas être déstabilisés par des problèmes nouveaux** et développer des **habilités** : les aborder en ayant confiance en ses aptitudes à les résoudre, en inhibant certains réflexes inadaptés qui conduiraient à une réponse erronée et en apprenant à tirer parti de l'ensemble des problèmes déjà résolus.

- ⇒ **Fixer collectivement des objectifs** sur le champ de la résolution de problèmes : harmoniser les outils utilisés, les stratégies enseignées ;
- ⇒ **Construire une progression partagée** :
  - une liste de problèmes en une ou plusieurs étapes que les élèves doivent savoir traiter,
  - des objectifs précis concernant les problèmes atypiques,
  - des éléments sur ce qui est attendu concernant la compétence « représenter » (construction de schémas) ;

### Construire une séquence en résolution de problèmes

- Rendre visibles les **objectifs** de la séquence dès la première séance,
- **Laisser les élèves résoudre** effectivement des problèmes tout en les accompagnant :
  - limiter les échanges sur le problème en amont de sa résolution
  - éviter les séances centrées sur des sous-tâches
  - éviter les prises de parole trop fréquentes sur les temps dédiés à la résolution individuelle
  - éviter les temps de mise en commun trop longs
  - développer des quasi-automatismes tout en apprenant à inhiber ceux qui sont contre-productifs
- Tirer profit des **outils numériques**,
- **Différencier** pour permettre à tous les élèves de progresser : structure mathématique du problème, texte du problème, champ numérique,
- S'appuyer sur l'**institutionnalisation**,
- Faire apparaître des **structures mathématiques partagées entre les problèmes**,
- S'appuyer sur l'**évaluation** pour renforcer les apprentissages.

#### Focus

Un exemple d'évaluation commune proposée en fin de période 3 en CM1 (pages 87 - 88)

Exemples de mise en œuvre (pages 96 - 98)

Exemples de d'actions de différenciation (page 100)

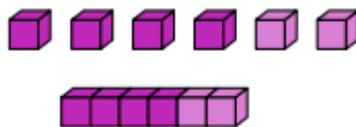
Exemple d'institutionnalisation (page 102)



## Enseigner explicitement des méthodes de représentation efficaces pour modéliser

- La schématisation pour rendre plus visuelles les tâches à réaliser et les relations entre les nombres ou les grandeurs et soulager la mémoire de travail.
- Un **apprentissage** nécessaire de la schématisation, **cohérent sur la scolarité**.
- Apprendre à produire des schémas, et savoir quand il est pertinent de les utiliser :
  - ✓ les schémas en barres ;
  - ✓ les schémas proposant un déplacement sur une droite numérique ou une ligne du temps ;
  - ✓ les tableaux ;
  - ✓ les arbres.

### Manipulation d'objets tangibles figuratifs :



### • Représentation avec un schéma :



### • Représentation présymbolique (schéma en barres + écriture symbolique) :



Sommaire

Problèmes...	de parties-tout	de comparaison
<b>additifs</b>	<p>Tout = Partie A + Partie B Partie B = Tout - Partie A</p>	<p>Différence = Partie A - Partie B Partie A = Partie B + Différence Tout = Partie A + Partie B</p>
<b>multiplicatifs</b>	<p>Tout = Nombre de parts x Part Nombre de parts = Tout ÷ Part Part = Tout ÷ Nombre de parts</p>	<p>B = N x A A = B ÷ N et N = B ÷ A Tout = A + B</p>

### Focus

Exemples de problèmes algébriques traités avec des schémas en barres

(pages 115 à 117)

### Focus

Exemples de résolution de problèmes avec des fractions en utilisant des schémas en barres

(pages 126 à 129)

Pages 83 à 130

# CHAPITRE V

## De l'école au collège : la résolution de problèmes dans le cadre de la liaison CM2-6<sup>ème</sup>.

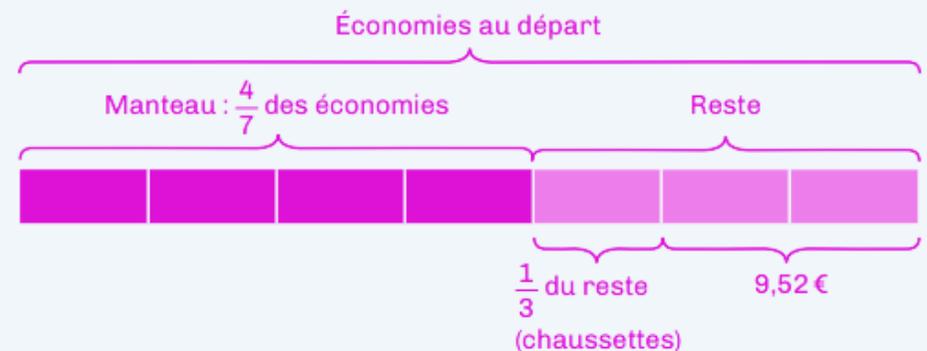
Le travail mené en résolution de problèmes au cours moyen permet de faire acquérir aux élèves les connaissances et compétences nécessaires pour aborder sereinement les problèmes qu'ils devront résoudre en dernière année de cycle 3, puis au cycle 4. Ce travail contribue à la construction progressive, tout au long de la scolarité, des six compétences majeures de l'activité mathématique inscrites dans les programmes<sup>89</sup>.

Les stratégies acquises et les outils que les élèves ont appris à utiliser, notamment pour effectuer des représentations permettant de soutenir la résolution de problèmes, continueront à leur être utiles tout au long du collège, en particulier pour accompagner et renforcer le travail mené en algèbre.

*J'ai dépensé 4 septièmes de mes économies pour acheter un manteau et le tiers du reste pour une paire de chaussettes. J'ai maintenant 9,52 €. Combien avais-je d'économies au départ ?*

- La **résolution de problèmes au cœur de l'enseignement des mathématiques** au collège comme à l'école élémentaire :
  - le renforcement d'automatismes,
  - le développement de la capacité à faire des analogies avec les problèmes préalablement résolus,
  - l'acquisition d'aptitudes générales comme la prise d'initiative.
- Un corpus d'**exemples de problèmes** pouvant être résolus au CM.
- Les **outils introduits à l'école élémentaire** pour soutenir la résolution de problèmes peuvent continuer à être utilisés au collège dans le cadre de la résolution de **problèmes de fractions, de pourcentages ou de ratios**.

La résolution peut s'appuyer sur les outils utilisés à l'école élémentaire.



Sommaire